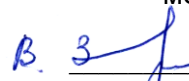


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)  
*подпись, расшифровка подписи*  
01.07.2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.В.04 Общая теория аттракторов уравнений гидродинамики

- 1. Шифр и наименование направления подготовки:**  
01.04.01 Математика
- 2. Профиль подготовки:** Математические модели гидродинамики
- 3. Квалификация выпускника:** Магистр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Кафедра алгебры и математических методов гидродинамики
- 6. Составители программы:** профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич
- 7. Рекомендована:** НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.
- 8. Учебный год:** 2021-2022 **Семестр(-ы):** 2

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целью курса является*

- освоение основных понятий общей теории аттракторов и овладение методами применения этой теории к решению различных математических задач.

*Задачи изучения дисциплины*

- формирование способностей применения математических формализмов в профессиональной деятельности

- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при исследовании различных моделей гидродинамики

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Общая теория аттракторов уравнений гидродинамики» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: аппроксимационно-топологический метод для разрешимости уравнений гидродинамики, дифференциальные уравнения, функциональный анализ.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами дифференциальных уравнений, обладать полными знаниями теории банаховых и гильбертовых пространств.

Дисциплина является предшествующей для курсов математического моделирования, всех специальных курсов, изучающих задачи математической физики.

## 11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен решать задачи аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач математической гидродинамики	ПК-1.1	Обладает большим объемом знаний в области математической гидродинамики	Знать: зарубежную и отечественную литературу в области математической гидродинамики Уметь: формулировать постановки основных задач математической гидродинамики, формулировать и доказывать теоремы предметной области Владеть: источниками информации, теоретическими подходами к исследованию математической гидродинамики
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы проведения научных исследований, подходы к анализу научно-исследовательских работ Уметь: находить, формулировать и исследовать разрешимость в научно-исследовательской деятельности Владеть: методами исследования и решения классических моделей гидродинамики
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики	Знать: современные методы анализа научно-исследовательских работ, основы научно-исследовательской деятельности в области математической гидродинамики Уметь: определять и развивать тематику научного исследования Владеть: современными методами научного анализа в области математической гидродинамики

ПК-2	Способен проводить анализа научных данных и результатов экспериментов в моделях математической гидродинамики	ПК-2.1	Владеет современными методами сбора и анализа исследуемого материала, способами его аргументации	Знать: основные принципы и формы сбора и изложения научных результатов, правила оформления текстового и иллюстративного материала научных работ Уметь: анализировать полученную информацию, грамотно представлять полученные результаты Владеть: навыками научной аргументации
		ПК-2.2	Умеет анализировать результаты экспериментов, анализировать сформулированные научные утверждения	Знать: концептуальные основы используемых при получении результатов теорий Уметь: анализировать, систематизировать и обобщать информацию, полученную в ходе работы, анализировать полученные новые утверждения Владеть: навыками научного анализа
		ПК-2.3	Имеет практический опыт экспериментальной деятельности в области математической гидродинамики	Знать: практически используемые экспериментальные методы исследования математической гидродинамики Уметь: проводить научные исследования в области математической гидродинамики Владеть: практическими навыками экспериментальной деятельности в математической гидродинамики
ПКВ-4	Способен к внедрению результатов исследований и разработок при исследовании новых задач математической гидродинамики	ПКВ-4.1	Умеет проводить сравнение новых полученных результатов и разработок с полученными ранее	Знать: основные положения и ранее полученные результаты изучаемой теории Уметь: сравнивать новые результаты с ранее полученными Владеть: навыками работы с источниками информации и сравнения информации с новыми результатами
		ПКВ-4.2	Умеет четко и понятно излагать материал, полученный при исследовании новых задач математической гидродинамики	Знать: требования, предъявляемые научным сообществом к изложению материалов полученных при исследовании Уметь: грамотно и четко излагать свои результаты Владеть: навыками изложения новых результатов математической гидродинамики
		ПКВ-4.3	Обладает знаниями результатов и новых разработок при исследовании задач математической гидродинамики	Знать: основные положения, методы, способы исследования задач математической гидродинамики Уметь: исследовать новые задачи гидродинамики Владеть: знаниями результатов и новых разработок при исследовании моделей гидродинамики
ПКВ-5	Способен к оформлению результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ	ПКВ-5.1	Владеет навыками подготовки результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в строгих математических формулировках и в	Знать: формулировки утверждений, постановки задач гидродинамики Уметь: подготовить результаты исследовательских работ, используя термины математической гидродинамики Владеть: математическим теоретическим аппаратом подготовки

		терминах предметной области изучаемого явления	полученных результатов в теории аттракторов
	ПКВ-5.2	Умеет составлять документы и отчеты по этим исследованиям	Знать: правила составления и оформления отчётной документации по проведённым исследованиям Уметь: составлять отчётную документацию Владеть: навыками составления и оформлению новых результатов в профессиональной деятельности
	ПКВ-5.3	Имеет практический опыт оформления подобной документации и отчетов	Знать: правила грамотного представления отчётов и документов Уметь: оформлять отчёты и документы Владеть: практическим опытом оформления и представления отчётной документации

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 4/144.**

**Форма промежуточной аттестации - экзамен**

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		1
Аудиторные занятия	28	28
в том числе:		
лекции	14	14
практические	14	14
лабораторные	-	-
Самостоятельная работа	80	80
Экзамен	36	18/18
Итого:	144	144

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1	Траекторные аттракторы	Эволюционное уравнение в банаховом пространстве Пространство траекторий. Понятие траекторного аттрактора. Притягивающие множества	
2	Глобальные аттракторы	Понятие глобального аттрактора	
3	Аттракторы полугрупп	Задача Коши для эволюционного уравнения Аттрактор полугруппы Связь понятий аттрактора полугруппы и глобального аттрактора	
4	Аттракторы уравнений движения ньютоновской жидкости	Энергетические оценки для задачи Навье-Стокса. Траекторный аттрактор для задачи Навье-Стокса. Глобальный аттрактор для системы Навье-Стокса.	
5	Энергетические оценки для уравнений движения	Энергетическая оценка для уравнений движения вязкоупругой жидкости. Диссипативная оценка для уравнений движения вязкоупругой жидкости. Доказательство технических лемм.	

	вязкоупругих сред		
6	Аттракторы для уравнений движения вязкоупругих сред	Траекторный аттрактор для уравнений движения вязкоупругой жидкости. Неинвариантность пространства траекторий уравнений движения вязкоупругой жидкости. Глобальный аттрактор для уравнений движения вязкоупругой жидкости	
<b>2. Практические занятия</b>			
1	Траекторные аттракторы	Эволюционное уравнение в банаховом пространстве Пространство траекторий. Понятие траекторного аттрактора. Притягивающие множества	
2	Глобальные аттракторы	Понятие глобального аттрактора	
3	Аттракторы полугрупп	Задача Коши для эволюционного уравнения Аттрактор полугруппы. Связь понятий аттрактора полугруппы и глобального аттрактора	
4	Аттракторы уравнений движения ньютоновской жидкости	Энергетические оценки для задачи Навье-Стокса. Траекторный аттрактор для задачи Навье-Стокса. Глобальный аттрактор для системы Навье-Стокса.	
5	Энергетические оценки для уравнений движения вязкоупругих сред	Энергетическая оценка для уравнений движения вязкоупругой жидкости. Диссипативная оценка для уравнений движения вязкоупругой жидкости. Доказательство технических лемм	
6	Аттракторы для уравнений движения вязкоупругих сред	Траекторный аттрактор для уравнений движения вязкоупругой жидкости. Неинвариантность пространства траекторий уравнений движения вязкоупругой жидкости. Глобальный аттрактор для уравнений движения вязкоупругой жидкости	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Траекторные аттракторы	3	2	13	18
2	Глобальные аттракторы	2	2	13	17
3	Аттракторы полугрупп	2	3	13	18
4	Аттракторы уравнений движения ньютоновской жидкости	3	3	14	20
5	Энергетические оценки для уравнений движения вязкоупругих сред	2	2	14	18
6	Аттракторы для уравнений движения вязкоупругих сред	2	2	13	17
	Экзамен				36
	Итого	14	14	80	144

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях. При изучении курса «Общая теория аттракторов уравнений гидродинамики» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить

материал предыдущей лекции.

2. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета [https://math.vsu.ru/wp/?page\\_id=937](https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937).

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.
2	Звягин В.Г., Воротников Д.А.. Математические модели неньютоновских жидкостей: учебное пособие по специальности 010100 – Математика//Воронеж: ВГУ, 2004.—42 с.
3	Звягин В.Г., Дмитриенко В.Т. Аппроксимационно-топологический подход к исследованию задач гидродинамики. Система Навье-Стокса / М.: УРСС, 2004.—112 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Бабин А.В. Аттракторы эволюционных уравнений / А.В. Бабин, М.И. Вишик. - М.: Наука.- 1989.- 294 с.
5	Ладыженская О.А. Математические вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости / О.А. Ладыженская.—М.: Наука, 1970.—288с
6	Темам Р. Уравнения Навье-Стокса: Теория и численный анализ / Р. Темам.—М.: Мир, 1981.—408 с.
7	Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х. Гаевский, К. Грёгер, К. Захариас.-М.: Мир, 1978. – 336 с.
8	Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач / Ж.Л. Лионс.- М.: Мир, 1972. – 587 с.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

9	Электронный каталог ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a>
10	Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/">https://lanbook.lib.vsu.ru/</a>
11	Сайт факультета <a href="https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937">https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937</a>

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

1	Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.
2	Звягин В.Г., Воротников Д.А.. Математические модели неньютоновских жидкостей: учебное пособие по специальности 010100 – Математика//Воронеж: ВГУ, 2004.—42 с.
3	Звягин В.Г., Дмитриенко В.Т. Аппроксимационно-топологический подход к исследованию задач гидродинамики. Система Навье-Стокса / М.: УРСС, 2004.—112 с.
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

**17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)**

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc, Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

*(при использовании лабораторного оборудования указывать полный перечень, при большом количестве оборудования можно вынести данный раздел в приложение к рабочей программе)*

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

### 19. Фонд оценочных средств:

#### Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Траекторные аттракторы	ПК-1, ПК-2, ПКВ-4, ПКВ-5	ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-2.1, ПК-2.3, ПКВ-4.2, ПКВ-5.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Глобальные аттракторы	ПК-1, ПК-2, ПКВ-4, ПКВ-5	ПК-1.1, ПК-1.3, ПКВ-4.1, ПКВ-4.3, ПК-2.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Аттракторы полугрупп	ПК-1, ПК-2, ПКВ-4, ПКВ-5,	ПК-1.1, ПК-1.3, ПКВ-4.1, ПКВ-4.3, ПКВ-5.2, ПК-2.1, ПК-2.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Аттракторы уравнений движения ньютоновской жидкости	ПК-1, ПК-2, ПКВ-4, ПКВ-5,	ПК-1.1, ПК-1.3, ПКВ-4.1, ПКВ-4.3, ПКВ-5.1, ПК-2.3	Домашние задания, контрольная работа № 1
5	Энергетические оценки для уравнений движения вязкоупругих сред	ПК-1, ПК-2, ПКВ-4, ПКВ-5,	ПК-1.1, ПК-1.3 ПКВ-4.1, ПКВ-4.3, ПКВ-5.1, ПК-2.1, ПК-2.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
6	Аттракторы для уравнений движения вязкоупругих сред	ПК-1, ПК-2, ПКВ-4, ПКВ-5,	ПК-1.1, ПК-1.3, ПКВ-4.1, ПКВ-4.3, ПКВ-5.1, ПКВ-5.3, ПК-2.1, ПК-2.2	Домашние задания, контрольная работа № 1
Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен		Перечень вопросов к экзамену		

### 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

По теме 1. Траекторные аттракторы

Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.

Задание:

1. Привести доказательство Замечания 1.2.1 для случая полуположительной траектории
2. Показать, что стационарные точки являются частным случаем периодических траекторий.

По теме 2. Глобальные аттракторы

Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.

Задание:

1. Показать различия между разными подходами определения глобального аттрактора

По теме 3 Аттракторы полугрупп

Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.

Задание:

1. Доказать теорему 4.7.4

По теме 4. Аттракторы уравнений движения ньютоновской жидкости

Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.

Задания:

1. Показать использование леммы 2.4.1 в доказательстве существования глобального аттрактора двумерной системы Навье-Стокса.

По теме 5. Энергетические оценки для уравнений движения вязкоупругих сред

Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.

Задание:

1. Доказать лемму 6.5.1

По теме 6. Аттракторы для уравнений движения вязкоупругих сред

Звягин В.Г., Кондратьев С.К. Аттракторы для уравнений моделей движения вязкоупругих сред// Издательско-полиграфический центр Воронежского госуниверситета, 2010, 266с.

Задание:

1. Доказать теорему 6.7.3

**Примерный перечень задач для контрольной работы №1:**

**Контрольно-измерительный материал № 1.**

1. Пространство траекторий. Понятие траекторного аттрактора.
2. Траекторный аттрактор для уравнений движения вязкоупругой жидкости.

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной



деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с перечнем теоретических вопросов и предлагается ответить на данные вопросы. В ходе выполнения заданий нельзя пользоваться литературой и конспектом лекций, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

## **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Общая теория аттракторов уравнений гидродинамики» проводится в форме экзамена. Предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты контрольной работы и учитывается выставленная преподавателем оценка за работу в ходе практических занятий.

Если у обучающегося есть положительная оценка по контрольной работе и положительная оценка работы в ходе обучения по практике, то оценка по экзамену выставляется как среднее арифметическое данных оценок с округление десятых долей по математическим правилам. Если обучающийся не имеет положительной оценки контрольной работе или практике, или не согласен с этой оценкой, он может ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

### Примерный перечень вопросов:

1	Эволюционное уравнение в банаховом пространстве
2	Пространство траекторий. Понятие траекторного аттрактора
3	Притягивающие множества
4	Понятие глобального аттрактора
5	Задача Коши для эволюционного уравнения
6	Аттрактор полугруппы
7	Связь понятий аттрактора полугруппы и глобального аттрактора
8	Энергетические оценки для задачи Навье-Стокса
9	Траекторный аттрактор для задачи Навье-Стокса
10	Глобальный аттрактор для системы Навье-Стокса.
11	Энергетическая оценка для уравнений движения вязкоупругой жидкости
12	Диссипативная оценка для уравнений движения вязкоупругой жидкости
13	Доказательство технических лемм
14	Траекторный аттрактор для уравнений движения вязкоупругой жидкости.
15	Неинвариантность пространства траекторий уравнений движения вязкоупругой жидкости
16	Глобальный аттрактор для уравнений движения вязкоупругой жидкости

<b>Критерии оценивания компетенций</b>	<b>Шкала оценок</b>
Полный и правильный ответ на оба вопроса билета.	Отлично
Неточности в ответе на вопросы билета.	Хорошо
Существенные недочеты в ответе на вопросы билета.	Удовлетворительно
Полностью не раскрыт, по крайней мере, один вопрос билета.	Неудовлетворительно

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-07 от 29.06.2021 г.